

Übungsblatt 8
Mathematische Grundlagen II und eindimensionale Probleme

1. Fourier-Reihen (6P)

a.) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der T -periodischen Funktion $f(t)$

$$f(t) = \begin{cases} 1 + \frac{2t}{T} & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ 1 - \frac{2t}{T} & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

b.) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der Funktion $f(t) = t^2$ im Bereich $-\pi \leq t \leq \pi$

2. Unendliche Reihen (4P)

Zeigen Sie unter Verwendung von Aufgabe 1

$$\text{a.) } \sum_k^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8} \quad \text{b.) } \sum_k^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

3. Fourier-Transformation (3P)

Bestimmen Sie die Fourier-Transformierte der Funktion

$$f(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Stellen Sie $f(t)$ sowie die Fourier Transformierte für $T = 1$ und $T = 10$ graphisch dar.

4. δ -Potential(6P)

Betrachten Sie Teilchen der Masse m im Potential $V = -V_0 \cdot \delta(x)$ mit $V_0 > 0$.

- (a) Für gebundene Zustände (hier sind dies Zustände mit $E < 0$) sind die normierten Eigenfunktionen sowie die Eigenwerte zu bestimmen.
- (b) Wieviele gebundene Eigenzustände gibt es in Abhängigkeit von V_0 ?

5. Potentialmulde (6P)

Gegeben sei das Potential ($V_0 > 0$)

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x \leq 0 \\ -V_0 & 0 < x < x_0 \\ 0 & x_0 \leq x \leq \infty \end{cases}$$

- a.) Durch welche Gleichung sind die Eigenwerte der gebundenen Zustände eines Teilchens der Masse m bestimmt?
- b.) Wie lautet die notwendige Bedingung für das Auftreten gebundener Zustände?
- c.) Gibt es für $V_0 = \frac{\hbar^2}{mx_0^2}$ gebundene Zustände?