Dr. Simone Sanna, N3 301
Universität Paderborn

18. Mai 2012

Theoretische Mechanik
Sommersemester 2012

Übungsblatt 7: Erhaltungssätze

Aufgabe 18 (3+5)

Ein Pendel, das sich reibungsfrei in einer Ebene bewegt, besteht aus einer Punktmasse m am Ende eines massenlosen Stabes der Länge l. Das Pendel wird um den Winkel α aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt und startet dort aus der Ruhe.

a) Wie lautet seine Winkelgeschwindigkeit in Abängigkeit von der Auslenkung φ?

b) Stellen Sie eine Gleichung auf, die zur Berechnung der Schwingungsdauer T dient. Benutzen Sie dabei folgende Bezeichnungen:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad \sin\frac{\varphi}{2} = k \sin\phi, \quad k = \sin\frac{\alpha}{2}.$$

Aufgabe 19 (1+2+1+4+3)

Eine als masselos und reibungsfrei angenommene Eisläuferin hält am ausgestreckten Arm (Länge l_i) je eine Hantel der Masse M. Sie dreht eine Pirouette mit der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit ω_i und zieht dann die Hanteln bis zum einem Abstand l_f an sich heran.

a) Bleibt der Drehimpuls $\vec{L}$ erhalten? Warum?

b) Berechnen Sie mittels Drehimpulserhaltung die Winkelgeschwindigkeit sowie die Energie $E = \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \vec{L}$ für jeden Punkt der Bewegung $l_f < x < l_i$.

c) Wir gehen nun in das Ruhesystem der Eisläuferin, welches mit zeitlich veränderlicher Winkelgeschwindigkeit rotiert. Die aufgrund der zeitlichen Änderung von $\vec{\omega}$ auftretende Scheinkraft heißt Azimutalkraft, $\vec{F}_{\text{az}}$. Berechnen sie $\vec{F}_{\text{az}}$.

Bitte wenden→

E-Mail: simone.sanna@uni-paderborn.de

d) Nun sollen die Hanteln nach innen gezogen werden. Welche Kraft (Betrag und Richtung) muss die Eisläuferin aufwenden, um die Hanteln nach innen zu ziehen?
Hinweis: Hier sollten Sie die Ergebnisse aus (a) verwenden, insbesondere $\omega(x)$. Besonders günstig ist es, im mitrotierenden Bezugssystem Polarkoordinaten einzuühren, d.h. der Winkel ist konstant und der Abstand ρ eine vorgegebene Funktion $\rho(t)$.

e) Skizzieren und diskutieren Sie die radiale Abhängigkeit der Kräfte, insbesondere für den Fall $x(t) = l_i - vt$, wobei v eine Konstante ist. Welche Arbeit wird verrichtet? Zeigen Sie, dass die verrichtete Arbeit konsistent mit dem Ergebnis für die Energie aus (a) ist (siehe auch Seite 46 vom Skript zur Vorlesung).

Aufgabe 20 (4)

Auf welcher, in einer Vertikalebene gelegenen Kurve muss sich ein Massenpunkt der Masse m reibungsfrei bewegen, damit er im Schwerefeld mit konstanter Vertikalgeschwindigkeit v_z=v_0=const. abwärts fällt? Die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ sind: $x_0 = y_0 = z_0 = 0$; $v_x^0 = 0$, $v_y^0 = w$.

Abgabe am 25.5.2012