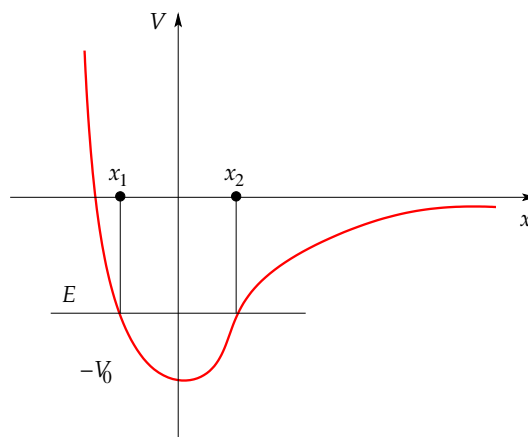

**Theoretische Mechanik
Sommersemester 2012**

**Übungsblatt 6: Energiebilanz, Konservative Kraftfelder,
Drehimpuls**

Aufgabe 15 (3+3)

Ein Teilchen der Masse m und Energie $E < 0$ bewegt sich in einem eindimensionalen Morse-Potential:

$$V(x) = V_0 (e^{-2ax} - 2e^{-ax}) \quad V_0, a > 0 \quad E > -V_0$$



Bestimmen Sie die Umkehrpunkte der Bewegung und die Schwingungsdauer des Teilchens.

Hinweis: Benutzen Sie die Abkürzung $\varepsilon = \frac{|E|}{V_0}$. Es gilt außerdem:

$$\int \frac{d\xi}{\xi \sqrt{2\xi - \xi^2 - \varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \arcsin \left(\frac{\xi - \varepsilon}{\xi \sqrt{1 - \varepsilon}} \right) + C$$

Bitte wenden →

Aufgabe 16 (3+2)

Das Anfangswertproblem

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\gamma \frac{Mm}{r^2}, \quad r(0) = R, \quad \dot{r}(0) = v_0 > 0,$$

beschreibt den freien geradlinigen Fall eines Körpers der Masse m . Der Abstand $r(t)$ vom Erdmittelpunkt (Masse der Erde: M) zur Zeit $t = 0$ ist gleich R und die Anfangsgeschwindigkeit beträgt v_0 . γ ist die Gravitationskonstante. Berechnen Sie die Lösung $r(t)$ für den speziellen Fall, dass die Bewegung im Unendlichen zur Ruhe kommt. Geben Sie damit explizit die Fluchtgeschwindigkeit an, die eine von der Erdoberfläche abgeschossene Rakete mindestens benötigt, um dem Anziehungsbereich der Erde zu entfliehen.

Aufgabe 17 (4+2+1)

Ein Massenpunkt der Masse m bewegt sich in der xy -Ebene. In x - und y -Richtung wirken harmonische Kräfte $K_x = -m\omega^2 x$ und $K_y = -m\omega^2 y$. Zugleich wirkt in x -Richtung noch die Zusatzkraft $K'_x = \alpha m\omega^2 y$ ($\alpha > 0$).

- a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit den Anfangsbedingungen

$$x(0) = y(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = A\omega.$$

- b) Berechnen Sie den Drehimpuls $L_z(t)$ bezüglich des Ursprungs und skizzieren Sie die Bahnkurve des Massenpunkts.

Hinweis: Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $\ddot{z} = -\omega^2 z$ ist eine Linearkombination elementarer trigonometrischen Funktionen.

Abgabe am 18.5.2012