

Übungen zur Vorlesung  
Theoretische Physik - Thermodynamik  
Prof. Dr. W.G. Schmidt, WS 2009/2010

BLATT IV  
Abgabe am Dienstag, den 10.11.2009.

Damit in der nächsten Übung alle Aufgaben von Studierenden vorgetragen werden können, bearbeiten bitte Personen, deren Nachname mit *B* beginnt wenigstens Aufgabe 10, Personen mit *S-Z* Aufgabe 11 und alle anderen Aufgabe 12.

**10. Thermodynamische Potentiale**

- (a) Lesen Sie im Guggenheim-Quadrat ab von welchen natürlichen Variablen  $v_1, v_2$  die freie Enthalpie  $G = G(v_1, v_2)$  abhängt. Was ergeben die partiellen Ableitung

$$\left(\frac{\partial G}{\partial v_1}\right)_{v_2} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\partial G}{\partial v_2}\right)_{v_1} ? \quad (15)$$

Berechnen Sie mit Hilfe dieser Relationen die thermische Zustandsgleichung für

$$G = Nk_B T \ln p + p \left( Nc_1 - \frac{Nc_2}{k_B T} \right) \quad (16)$$

mit  $c_1 = \text{const.}$  und  $c_2 = \text{const.}$

- (b) Zeigen Sie, dass das Ergebnis mit  $c_1 = b$  und  $c_2 = a$  mit der van-der-Waals-Gleichung Gl. (3) Blatt I übereinstimmt, wenn Terme zweiter Ordnung in  $a$  und  $b$  vernachlässigt werden.

**11. Stabilitätsbedingung**

Gegeben sei ein Gemisch aus  $n$  idealen Gasen mit Teilchenzahl  $N_i$ . Zeigen Sie, dass das System gegen Entmischung stabil ist, wenn das  $i$ -te chemische Potential gegeben ist durch

$$\mu_i = \mu_i(p, T, N_i) = \mu_i^0(p, T) + k_B T \ln \frac{N_i}{N}. \quad (17)$$

- (a) Überlegen Sie welches thermodynamische Potential bei dem Prozess minimal werden muss. Wie lautet die Stabilitätsbedingung (die von  $\mu_i$  und  $N_i$  abhängt) im Allgemeinen?
- (b) Verwenden Sie Gl. (17), um 11a explizit zu überprüfen. (Beachten Sie beim Bilden der Ableitung  $\partial/\partial N_i$ , dass  $N = \sum_{i=1}^n N_i$  ist.)

## 12. Zauberaufgabe

*Hogwarts* bestehe aus zwei angrenzenden isolierten Kammern des Schreckens 1 und 2, die jeweils das Volumen  $V_{1,2}$  besitzen und auf Temperatur  $T$  gehalten werden. Da Zauberer ihre Ausdehnung und Wechselwirkungen einfach hinwegzaubern können, lassen sie sich hervorragend als ideale Gase behandeln. Es seien in den Räumen jeweils Zauberer der Sorte (G)ryffindor und (S)lytherin anwesend; der Anfang des Schuljahres wird also beschrieben durch den Zustand

$$\begin{array}{c|c} \text{Kammer 1} & \text{Kammer 2} \\ \hline T, V_1, N_1^G, N_1^S & T, V_2, N_2^G, N_2^S \end{array} .$$

Ein Zauberspruch eines gewissen *Potter* mache die Wand zwischen den Kammern für Gryffindors durchlässig.

- Welche Größe muss bei der Umverteilung der Gryffindors extremal werden? Was bedeutet das für das chemische Potential? Eliminieren Sie die Zahl der Gryffindors in Kammer 2, indem Sie sie durch deren Gesamtzahl  $N_{ges}^G$  ausdrücken.
- Mit der Wärmekapazität  $C_Z$  eines Zauberers lasse sich das chemische Potential für Zauberergemische im Volumen  $V$  als

$$\mu_l = k_B T \left[ \frac{5}{2} - \ln \left( C_Z T^{\frac{3}{2}} \frac{V}{N_l} \right) \right] \quad (18)$$

schreiben. Welche Konsequenz hat das für die Zahl  $N_1^G$  bzw.  $N_2^G$  der Gryffindors in Kammer 1 bzw. 2? Wie groß ist die Gesamtzahl der Zauberer (Gryffindor + Slytherin) in den jeweiligen Kammern?

- Wie groß ist der Druck in den Kammern?
- Was passiert mit dem Druck, wenn auch *Malfoy* die Zwischenwand für die Slytherins durchlässig zaubert?
- Was passiert mit dem Druck, wenn - anstelle Malfoys Zauberspruch - *Longbottom* aus Versehen alle Slytherins wegzaubert, d.h.  $N_{ges}^S = 0$  setzt?