

Übungsblatt 14 – Optische Spektren und Auswahlregeln

Abgabe: Fr 16.07.2010 (bis 12:00 Uhr im Briefkasten auf N3)

Besprechung: Fr 23.07. 12:00 Uhr – 13:30 Uhr im Sondertermin (anstelle Vorlesung)

1. Zum Stark-Effekt der Alkaliatome

Das Eigenwertspektrum für das Leuchtelektron des Alkaliatoms Li kann näherungsweise durch $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$ beschrieben werden, wobei $\hat{H}_1 = \Delta V(r)$ ein radialsymmetrisches attraktives Potential sein soll, dessen Betrag nach außen schnell abnimmt, während \hat{H}_0 einen Hamiltonoperator beschreibt, dessen Eigenwerte und Eigenvektoren mit denen des Wasserstoffatoms übereinstimmen, bei dem allerdings der Zustand für $n=1$ fehlt.

(a) Zeigen Sie in erster störungstheoretischer Näherung, daß die Korrektur der Energieeigenwerte dreihimpulsabhängig ist. Welche Entartung bleibt erhalten?

(b) *Zusätzlich* werde nun im Grundzustand (Achtung: $n=2$) ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_z$ angelegt. Kommt es zu einem linearen oder quadratischen Stark Effekt?

Hinweis: Man verwendet mit Vorteil eine (4×4) Matrixschreibweise.

2. Auswahlregeln bei Absorption von Licht

Mit Hilfe von Licht sollen optische Übergänge im Wasserstoffatom induziert werden.

(a) Zeigen Sie zunächst exemplarisch für $l = 1$ und $m=0$ die Gültigkeit der folgenden Formeln:

$$\begin{aligned} \cos\vartheta Y_l^m &= \sqrt{\frac{(l+m)(l-m)}{(2l-1)(2l+1)}} Y_{l-1}^m + \sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1}^m \\ \sin\vartheta e^{\pm i\varphi} Y_l^m &= \pm \sqrt{\frac{(l \mp m)(l \mp m - 1)}{(2l-1)(2l+1)}} Y_{l-1}^{m \pm 1} \mp \sqrt{\frac{(l \pm m + 2)(l \pm m + 1)}{(2l+1)(2l+3)}} Y_{l+1}^{m \pm 1} \end{aligned}$$

(b) Nach Fermis Goldener Regel ist bei Verwendung von weißem Licht ein optischer Übergang erlaubt, wenn mindestens eine Komponente des elektrischen Dipol-Matrixelements $\langle n, l, m | e \vec{r} \cdot \vec{E} | n', l', m' \rangle$ von Null verschieden ist. Leiten Sie für diesen Fall die allgemeine Auswahlregel für Δl und Δm mit Hilfe der unter (a) angegebenen Formeln her.

Hinweis: Es genügt zu zeigen, welche Matrixelemente verschwinden. Eine explizite Berechnung der nichtverschwindenden Matrixelemente ist nicht erforderlich. Beachten Sie: $\vec{r} = (r \sin\vartheta \cos\varphi, r \sin\vartheta \sin\varphi, r \cos\vartheta)$, sowie $\cos\varphi + i \sin\varphi = e^{i\varphi}$.

(c) Geben Sie für die folgenden Ausgangszustände die möglichen energetisch direkt benachbarten Endzustände an ($\Delta n = \pm 1$), wenn ein unpolarisiertes Lichtquant absorbiert wird: $1s$, $2s$, $2p$, $3p$, $3d$, sowie $4p$.

(d) Die Auswahlregeln ändern sich, wenn polarisiertes Licht absorbiert wird. Bestimmen Sie die Auswahlregeln für linear polarisiertes Licht $\vec{E}(t) = E_z(t) \vec{e}_z$, sowie rechts/links (+/−) zirkular polarisiertes Licht

$$\vec{E}(t) = E_0(t)(\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y)$$

Wirkt sich die Änderung der Auswahlregeln auf das Ergebnis von Aufgabenteil (c) aus?

3. Auswahlregeln beim Zeeman- und Stark-Effekt

(a) Kennzeichnen Sie für den normalen Zeeman-Effekt die erlaubten Übergänge in einem Energieschema (vgl. Aufgabe 2(c), Blatt 12).

(b) Bringt man ein Cadmium-Atom in ein homogenes *elektrisches* Feld $\vec{E} = E_0 \vec{e}_z$, so kommt es zu einem *quadratischen* Stark-Effekt

$$E_{n,j,m_j} = E_{n,j}^0 + \alpha_{n,j} m_j^2 E_0^2,$$

wobei die $\alpha_{n,j}$ durch positive Konstanten gegeben sind.

Skizzieren Sie die durch ein *elektrisches* Feld induzierten Term-aufspaltung für die grüne Cadmium-Linie, die zum Übergang $6^3S_1 \rightarrow 5^3P_2$ führt. Wie viele verschiedene Linien (erlaubte optische Übergänge) entstehen und was kann man dabei über die Polarisation des jeweils emittierten Lichts aussagen?
