

## Übungsblatt 11 – Kernphysik III, Elementarteilchenphysik

Abgabe: Fr 25.06.2010 (bis 12:00 Uhr im Briefkasten auf N3)

Besprechung: Fr 02.07. 12:00 Uhr – 13:30 Uhr im Sondertermin (anstelle Vorlesung)

### 1. Tunneleffekt und Kernzerfall

(a) Zeigen Sie, daß in der Näherung genügend hoher und breiter radialsymmetrischer Barrieren die Transmissionswahrscheinlichkeit  $T = e^{-G}$  über den sogenannten *Gamov*-Faktor gegeben ist:

$$G = \frac{2}{\hbar} \int_0^{r_{\max}} \sqrt{2m \left[ V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} - E \right]} dr$$

*Hinweis:* Berechnen Sie zunächst die Transmissionswahrscheinlichkeit  $T$  für eine ein-dimensionale breite rechteckige Potentialschwelle (Höhe  $V_0$  Breite  $d$ ), siehe Physik C. Zeigen Sie, daß in der Näherung “breiter” Potentialschwellen (also für  $d \gg \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0-E)}}$ ) gilt:

$$T \sim e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(V_0-E)} \cdot d}$$

(b) Die Halbwertszeit  $t_{1/2}$  eines Zerfallsprozesses verhält sich antiproportional zur Transmissionswahrscheinlichkeit  $T$ . Wie hängt demnach die Halbwertszeit im Falle eines  $\alpha$ -Zerfalls in der Näherung sehr großer Zerfallsenergien  $E = E_\alpha$  von  $E_\alpha$  ab?

(c) Ein  $^{232}\text{Th}$  Kern ( $m_{\text{Th}} = 232,037146 \text{ u}$ ) zerfällt unter Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens in  $^{228}\text{Ra}$  ( $m_{\text{Ra}} = 228,028731 \text{ u}$ ). Berechnen Sie die Zerfallsenergie.

### 2. Zur C14-Altersbestimmung

(a) Erklären Sie die C14-Methode zur Altersbestimmung.

(b) Ein Tierknochenfragment besitzt eine Kohlenstoffmasse von 200 g. Man registriert eine Aktivität von 16 Zerfällen pro Sekunde. Wie alt ist der Knochen?

(c) Ein Fremdenführer findet eine Originalplanke von der Arche Noah (10000 Jahre alt). Ein Wissenschaftler stellt fest, daß von 1 g Kohlenstoff 20 Zerfälle pro 100 s des  $^{14}\text{C}$  Isotops registriert werden. Ist der Fund glaubhaft?

### 3. Elementarteilchenphysik: Pionen

Die für die Molekülbindung verantwortlichen Kräfte sind Austauschkräfte quantenmechanischen Ursprungs. Sie werden verursacht durch den Austausch eines Elektrons zwischen den gebundenen Partnern. Es liegt nahe, in Analogie hierzu auch für die Kernkräfte eine Zweikörperform anzunehmen, die durch Austausch eines Teilchens bewirkt wird. Ein entsprechendes Teilchen, das sog.  $\pi$ -Meson (Pion), wurde zunächst theoretisch gefordert (*Yukawa 1935*) und später experimentell gefunden (*Powell 1946*).

(a) Lösen Sie die *Klein-Gordon Gleichung* für des Grundzustand eines freien Teilchen der Masse  $m_\pi$  im verschwindenden Zentralfeld:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \left\{ \Delta - \left( \frac{m_\pi c}{\hbar} \right)^2 \right\} \psi(\vec{r}, t)$$

*Hinweis:* Verwenden Sie Kugelkoordinaten. Für den stationären Fall läßt sich der zeitabhängige Teil und danach der winkelabhängige Teil wie bei der Schrödingergleichung des Wasserstoffproblems abspalten. Die sich ergebende radiale *Klein-Gordon Gleichung* läßt sich dann für den Grundzustand ( $n=1, l=0$ ) elementar integrieren.

(b) Experimentell ergibt sich für die Ruhemasse des Pions ein Energieäquivalent von  $m_\pi \cdot c^2 \approx 139$  MeV. Schätzen Sie die Reichweite der durch Austausch von Pionen erzeugten Kernkräfte mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil (a) und der Heisenbergschen Unschärferelation ab.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit typischen Werten für den Kernradius. Inwiefern führt Ihre Betrachtung auf das in der Literatur bekannte Yukawa-Potential, und wie läßt sich dieses Potential damit deuten?