Prof. Dr. W.G. Schmidt

Übungen zur Elektrodynamik, WS 2010/11

Blatt 11

Abgabetermin: 07.01.2011

1. **Spiegelleiter**

   Die Halbräume $x < 0$ und $x > 0$ seien mit Materialien der magnetischen Permeabilitäten μ_1 bzw. μ_2 gefüllt. Bei $x = a > 0$, $y = 0$ befinde sich ein unendlich langer und dünner gerader Draht, der vom stationären Strom I durchflossen wird. Es soll die Kraft pro Längeneinheit berechnet werden, die vom linken Halbraum auf den Draht ausgeübt wird.

   (a) Es ist günstig, das Magnetfeld aus einem magnetostatischen Potential $\Psi(\vec{r})$ zu gewinnen. Formulieren Sie das Problem der Bestimmung des Potentials als ein Randwertproblem, d.h., geben Sie die Differentialgleichung und die Randbedingungen an, denen $\Psi(\vec{r})$ genügen muss.

   (b) Wie lautet $\Psi(\vec{r})$ für den Draht im Vakuum ($\mu_1 = \mu_2 = 1$)?

   (c) In Gegenwart der Materialien können die Randbedingungen durch Einfürung von Bildströmen realisiert werden: Platzieren Sie je einen Bildstrom I_1 bzw. I_2 an einen geeigneten Ort im linken bzw. rechten Halbraum, so dass I_1 zusammen mit dem realen Strom I als Ursache für das Potential $\Psi_2(x > 0)$ dient und I_2 allein das Potential $\Psi_1(x < 0)$ verursacht. Drücken Sie das Potential in den beiden Teilbereichen durch I_1 und I_2 aus und bestimmen Sie letztere aus den Randbedingungen.

   (d) Berechnen Sie die magnetische Feldstärke $\vec{H}(\vec{r})$ in den beiden Bereichen aus dem Potential $\Psi(\vec{r})$ und bestimmen Sie die Kraft pro Längeneinheit auf den Draht.

2. **Eindimensionale Wellengleichung**

   (a) Zeigen Sie, dass die eindimensionale Wellengleichung:

   $$\partial_x^2 \phi(x,t) - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \phi(x,t) = 0 \tag{1}$$

   die allgemeine Lösung bestizt

   $$\phi(x,t) = \frac{1}{2} \left(f(t - x/c) + f(t + x/c) + c \int_{t-x/c}^{t+x/c} dt'\, F(t') \right), \tag{2}$$

   falls für $x = 0$ die Bedingungen lauten:

   $$\phi(0,t) = f(t),\ \ \partial_x \phi(0,t) = F(t). \tag{3}$$

   (b) Wie lautet die Lösung, falls Anfangsbedingungen (für $t = 0$) wie folgt gegeben sind:

   $$\phi(x,0) = f(x),\ \ \partial_t \phi(x,0) = g(x). \tag{4}$$