Prof. Dr. W.G. Schmidt

Übungen zur Elektrodynamik, WS 2010/11

Blatt 4

Abgabetermin: 5.11.2010

1. **Ladungsverteilung vor Metallkugel**

   Gegeben sei eine geerdete Metallkugel (Potential $\Phi = 0$) mit dem Radius R und dem Mittelpunkt im Ursprung. Außerhalb der Kugel befindet sich die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$. Zu berechnen ist das Potential $\Phi(\vec{r})$ für $r > R$:

   (a) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion die Greensche Funktion des gegebenen Randwertproblems ist:

   $$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \frac{R/r'}{|\vec{r} - R^2\vec{r}'/r'^2|} \right]. \tag{1}$$

   (b) Die Ladungsverteilung ist eine Punktladung am Ort $\vec{r}_1$ ($r_1 > R$).

      i. Berechnen Sie das Potential außerhalb der Kugel und die Influenzladung auf der Oberfläche $\sigma = \epsilon_0 \partial_r \Phi(r)|_{r=R}$!

      ii. Zeichnen Sie die Oberflächenladungsdichte in Abhängigkeit vom Winkel zwischen $\vec{r}$ und $\vec{r}_1$!

   (c) Für eine linienförmige Ladungsverteilung entlang der z-Achse von a bis $a+b$ ($a > R$, $b > 0$) und der Gesamtladung Q ist das Potential für $r > R$ zu berechnen!

2. **Harmonischer Oszillator**

   Die Differentialgleichung des harmonischen Oszillators mit der Störung $g(t)$ lautet:

   $$\partial_t^2 f(t) + a\,\partial_t f(t) + b^2 f(t) = g(t). \tag{2}$$

   Zu ermitteln ist die spezielle Lösung $f_s(t)$ mit Hilfe der Greenschen Funktion $G(t, t')$ des Operators $(\partial_t^2 + a\,\partial_t + b^2)$.

   (a) Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Greenschen Funktion $G(\omega)$! Wie lautet die Integraldarstellung von $G(t, t')$?

   (b) Es seien

      i. $g_1(t) = e^{-i\omega_0 t}$

      ii. $g_2(t) = t \cdot \sin(\omega_0 t)$

   Berechnen Sie die zugehörigen speziellen Lösungen $f_{s,1}(t)$ und $f_{s,2}(t)$!

3. **Unendlich ausgedehnte Linienladung vor Metallplatte**

   In der Ebene $x = 0$ befindet sich eine geerdete Metallwand. Durch den Punkt $(a, 0, 0)$ ($a > 0$) und parallel zur z-Achse verläuft ein unendlich ausgedehnter Stab mit der Ladung pro Länge $\frac{\Delta q}{\Delta L} = \sigma$. Zu berechnen ist das elektrische Feld für den Halbraum $x > 0$.