

1. Ladungsverteilungen

Im folgenden sollen die Ladungsdichten $\rho(\vec{x})$ für idealisierte Ladungsverteilungen angegeben werden. Man achte darauf, daß das entsprechende Koordinatensystem zumindest in einer Umgebung des Trägers der Deltafunktion wohldefiniert ist.

- (a) Wie lautet die Ladungsdichte zweier Punktladungen, wobei sich die Ladung q_1 um Ursprung und die Ladung q_2 an der Stelle \vec{a} befindet? Durch welche Folge von differenzierbaren Ladungsverteilungen könnte man die gegebene im (distributionell definierten) Limes reproduzieren?
- (b) Gegeben sei eine linienförmige Ladungsverteilung der Länge 2 und der Gesamtladung Q , die sich entlang der z -Achse von $z = -1$ bis $z = 1$ erstreckt. Wie sieht die entsprechende Ladungsdichte aus?
(Hinweis: Machen die von der Heavisideschen Sprungfunktion $\Theta(x)$ Gebrauch, die definitionsgemäß für negative x verschwindet und für positive x den Wert 1 annimmt.)
- (c) Gegeben sei eine kreisförmige Linienladung der Gesamtladung Q und der Länge 2π , die in der $z = 1$ -Ebene liegt und ihren Kreismittelpunkt auf der z -Achse hat. Geben Sie die entsprechende Ladungsdichte an?
- (d) Gegeben sei eine Flächenladung der Gesamtladung Q . Gib die Ladungsdichte an, wenn es sich bei der Fläche um eine Sphäre vom Radius 1 um den Ursprung handelt! Wie lautet die Ladungsverteilung, wenn die Fläche der zwischen $z = 0$ und $z = 1$ befindliche Anteil eines Zylindermantels um die z -Achse vom Durchmesser 1 ist?

2. Geladene Kugeln

Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das elektrische Feld einer homogen geladenen Kugelschale. Stellen Sie das Feld in geeigneter Weise graphisch dar!

3. Kontinuitätsgleichung

Zeigen Sie, daß die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist, wenn sich eine Ladungsdichte ρ_0 ohne Verformung auf einer beliebigen Bahn $\vec{R}(t)$ bewegt, wobei die Stromdichte wie folgt definiert ist:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \dot{\vec{R}}(t) \quad \text{mit} \quad \rho(\vec{r}, t) = \rho_0(\vec{r} - \vec{R}(t)).$$