Department Physik
Universität Paderborn

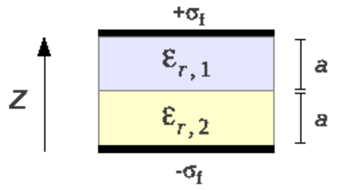
Paderborn, den 21. November 2016

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Physik B: Elektrodynamik (WS2016/2017)

BLATT VI

15. **McDouble**
Der Zwischenraum eines Plattenkondensators sei mit zwei verschiedenen dielektrischen Schichten der Dicke a gefüllt:



Auf die obere Platte wird die (freie) Flächenladung $+\sigma_f$ und auf die untere die Flächenladung $-\sigma_f$ aufgebracht.

a) Leiten Sie die Stetigkeitsbedingungen für das $\mathbf{D}$-Feld an Grenzflächen her. (Vorgehensweise: s. Kapitel „Feldverhalten an Grenzflächen" in der Vorlesung.)

b) Bestimmen Sie die dielektrische Verschiebung $\mathbf{D}$, das elektrische Feld $\mathbf{E}$ und die Polarisation $\mathbf{P}$ in den beiden Schichten.

c) Wie groß ist die Spannung zwischen den Kondensatorplatten?

d) Wie groß sind die einzelnen gebundenen Flächenladungen in diesem System?

e) Da nun die Verteilung von gebundenen als auch von freien Ladungen bekannt ist, kann damit das elektrische Feld $\mathbf{E}$ durch Superposition der Felder dieser Ladungen bestimmt werden. Bestätigen Sie über eine entsprechende Rechnung Ihr Ergebnis aus Teil (a).

Tipps:

- Lösung Teil (a) :
$$D_{\perp,\text{oben}} - D_{\perp,\text{unten}} = \sigma_f$$
$$\mathbf{D}_{\parallel,\text{oben}} - \mathbf{D}_{\parallel,\text{unten}} = \mathbf{P}_{\parallel,\text{oben}} - \mathbf{P}_{\parallel,\text{unten}}$$
- Beantworten Sie die Teilaufgabe (b) zunächst rein qualitativ:
  - Überlegen Sie sich und skizzieren Sie, wo sich in dem Plattenkondensator gebundene Flächenladungen σ_b befinden.
  - Die Felder $\mathbf{D}$, $\mathbf{P}$ und $\mathbf{E}$ können ebenfalls (z.B. für den Fall $\varepsilon_{r,1} < \varepsilon_{r,2}$) qualitativ skizziert werden.
- Es wird das $\mathbf{E}$- und $\mathbf{D}$-Feld zwischen zwei unendlich ausgedehnten Flächenladungen benötigt.

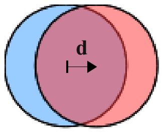
16. **Punktladung und polarisiertes Atom**
Eine Punktladung q befindet sich in großer Entfernung r von einem neutralem Atom mit Polarisierbarkeit α. Bestimmen Sie die zwischen Ihnen herrschende Anziehungskraft.

17. **Dielektrische Kugel im homogenen, elektrischen Feld**
In der Vorlesung haben Sie die dielektrische Kugel im homogenen elektrischen Feld $\mathbf{E}_0$ als mathematisches Randwertproblem behandelt und herausgefunden, dass für das elektrische Feld im Inneren der Kugel gilt:

$$\mathbf{E} = \frac{3}{\varepsilon_r + 2}\mathbf{E}_0 \tag{1}$$

In dieser Aufgabe wird eine physikalisch-intuitive Methode behandelt, um zum selben Ergebnis zu kommen:

a) Eine elektrisch neutrale Kugel (Radius R) setze sich zusammen aus einer Kugel mit homogener Ladungsdichte $+\varrho$ und einer weiteren Kugel mit Ladungsdichte $-\varrho$. Diese Kugeln seien um einen Vektor $\mathbf{d}$ (Richtung: $(-) \to (+)$) gegeneinander verschoben:



Zeigen Sie, dass für das elektrische Feld im Bereich des Überlapps beider Kugeln gilt:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{3\varepsilon_0}\mathbf{P} \tag{2}$$

b) Um damit Gleichung 1 herzuleiten, gehen Sie von folgender physikalischer Überlegung aus: Wenn die dielektrische Kugel in das externe Feld $\mathbf{E}_0$ eingebracht wird, herrsche im Inneren der Kugel zunächst ebenfalls das Feld $\mathbf{E}_0$. Dieses Feld bedingt eine Polarisation $\mathbf{P}_0$, welche wiederum im Inneren der Kugel ein zusätzliches Feld $\mathbf{E}_1$ erzeugt, welches durch Gleichung 2 gegeben ist. Dieses zusätzliche Feld bedingt wiederum eine zusätzliche Polarisation $\mathbf{P}_1$ usw..
Zeigen Sie, dass die Reihe

$$\mathbf{E}^{(N)} = \sum_{n=0}^{N} \mathbf{E}_n$$

für $N \to \infty$ gegen das Ergebnis in Gleichung 1 konvergiert. Nehmen Sie an, dass χ_e kleiner als 3 ist, damit die Reihe konvergiert. (Es handelt sich hierbei um eine sukzessive Approximation - es wird keine „Dynamik“, die im statischen Grenzfall $N \to \infty$ endet, wiedergegeben.)