Department Physik
Universität Paderborn

Paderborn, den 07. November 2016

Übungen zur Vorlesung

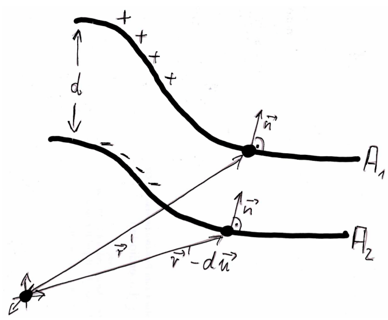
Theoretische Physik B: Elektrodynamik (WS 2016/2017)

BLATT IV

9. **Zylinderkondensator**
Wir betrachten einen Zylinderkondensator mit Innenradius r und Außenradius R. Weiterhin sei eine Spannung $U = \varphi(r) - \varphi(R)$ angelegt. Führen Sie an geeigneter Stelle die Ladung pro Längeneinheit Λ ein, die Sie dann im Folgenden durch U ausdrücken können.
   a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ und das Potential $\varphi(\vec{r})$.
   b) Berechnen Sie die Kapazität pro Längeneinheit. Wie muss der Radius r gewählt werden, damit die Feldstärke am Innenzylinder bei vorgegebener Spannung minimal wird?

10. **Greensche Funktion**
Für ein zweidimensionales Potentialproblem *ohne* Randbedingungen im Endlichen wollen wir die Greensche Funktion G berechnen. Man nutze dazu ebene Polarkoordinaten (ρ, ϕ) mit $\nabla^2 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$ und
   a) löse für $\rho \neq 0$ die Laplace-Gleichung $\nabla^2 G(\rho, \phi) = \nabla^2 G(\rho) = 0$,
   b) zeige unter Verwendung des Satzes von Gauß (in zwei Dimensionen), dass
$$G(\rho) = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\ln(\text{const}\cdot\rho) \tag{1}$$
   gilt.

11. **Dipolschicht**



Wir betrachten zwei im Abstand d zueinander parallel verlaufende, entgegengesetzt gleich geladene Flächen A_1, A_2 (siehe Skizze). Dies modelliert eine mit entlang des lokalen Normalenvektors $\vec{n}$ ausgerichteten Dipolen besetzte Fläche. Zeigen Sie, dass das Potential dieser Anordnung gegeben ist durch
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \mathrm{d}A' \frac{\vec{\pi}(\vec{r}\,')\cdot(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3},$$
wobei $\vec{\pi}(\vec{r}) = \sigma(\vec{r})d\vec{n}$ die Dipol- und $\sigma(\vec{r})$ die Flächenladungsdichte bezeichne.
Hinweis: Setzen Sie analog zum dreidimensionalen Fall
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \mathrm{d}A' \frac{\sigma(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$
an, stellen Sie damit das Potential für die skizzierte Anordnung auf und entwickeln Sie an geeigneter Stelle den Integranden für kleine Werte von d.