

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Physik B: Elektrodynamik (WS 2016/2017)

BLATT 1

Abgabe bis Montag, 24. Oktober 2016, 14:00

3. **Eigenschaften von Vektorfeldern**

Berechnen Sie die Divergenz folgender Vektorfelder und skizzieren Sie die Vektorfelder:

a) $\vec{v}(x, y) = 5\vec{e}_x$

b) $\vec{v}(x, y) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$

Berechnen Sie die Rotation folgender Vektorfelder und skizzieren Sie die Vektorfelder:

c) $\vec{v}(x, y, z) = -y\vec{e}_x + x\vec{e}_y$

d) $\vec{v}(x, y, z) = y\vec{e}_x$

4. **Greensche Funktion des Laplaceoperators**

Es soll gezeigt werden, dass gilt:

$$\Delta \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

Vorgehensweise:

a) Zeigen Sie über den Zusammenhang „ $\Delta = \text{div} \cdot \text{grad}$ “, dass

$$\Delta \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = 0 \text{ für } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}'$$

gilt.

b) Betrachten Sie ein kugelförmiges Volumen $\Omega_{r'}$ welches sich um den Punkt \mathbf{r}' befindet. Formen Sie das Integral

$$\int_{\Omega_{r'}} d^3r \Delta \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

um in ein Oberflächenintegral und zeigen Sie, dass es -4π ergibt.

5. **Satz von Gauß**

Nach den Maxwellgleichungen der Elektrostatik gilt $\nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon_0}\rho(\vec{r})$.

a) Wie lautet der physikalische Satz von Gauß?

b) Was folgt daraus für $\vec{E}(r)$, wenn eine radialsymmetrische Ladungsverteilung $\rho(r)$ vorliegt?

c) Der Grundzustand des Wasserstoffatoms kann näherungsweise durch folgende Ladungsdichte beschrieben werden: $\rho(\vec{r}) = \rho(r) = \frac{e}{4\pi r^2}\delta(r) - \frac{e}{\pi a^3}e^{-\frac{2r}{a}}$, wobei a der Bohrradius ist. Berechnen Sie das $\vec{E}(r)$ -Feld für diese Ladungsverteilung.